

Влияние конструктивных особенностей и геометрической нелинейности на сейсмическую нагрузку оболочечных конструкций

Касымова Г.Т., Достанова С.Х., Тулегенова О.Е., Токпанова К.Е.

Казахская головная академия строительства и архитектуры (КазГАСА),
Сатпаев университет, КазГАСА., Евразийский технический университет

Сейсмические нагрузки - один из наиболее опасных видов динамических воздействий, приводящий к непоправимым последствиям, поэтому оценка сейсмостойкости и связанная с ней проблема определения параметров прочностной надежности при воздействии сейсмических волн существующих и проектируемых каркасных конструкций является актуальной задачей и представляет научный и практический интерес.

В связи с этим исследование сейсмостойкости зданий и сооружений является актуальной проблемой для сейсмоопасных районов, и это вызвано недостаточной точностью и надежностью современных прогнозов землетрясений. **Для зданий и сооружений последствия землетрясения зависят от характеристик сейсмического воздействия. Поэтому отклик зданий на сейсмические воздействия зависят от многих факторов таких как, энергия, высвобождающаяся при землетрясении, грунтовые условия площадки строительства, спектральный состав, результаты инженерно-геологических изысканий, геометрические и жесткостные параметры системы, внутренние связи и т.д.**

Для зданий и сооружений простой геометрической формы расчетные сейсмические нагрузки принимаются действующими горизонтально. Вертикальную сейсмическую нагрузку необходимо учитывать при расчете, в частности, рам, арок, ферм, пространственных покрытий зданий и сооружений пролетом 24 и более метров. В настоящее время при исследовании конструкций на прочностную надежность при сейсмических воздействиях наиболее часто используется спектральный метод расчета и прямые динамические методы, как численные, так и численно-аналитические. Оболочки покрытий представляют собой тонкостенные конструкции, поэтому для исследования НДС необходимо учитывать геометрическую и конструктивную нелинейность и выявить их влияние на динамические характеристики системы. **Регулирование динамических характеристик несущих элементов конструкции способствует снижению колебаний зданий и сооружений, и тем самым повышает надежность при сейсмических воздействиях любой интенсивности.**

Расчетная модель оболочки при сейсмических воздействиях- срединная плоскость



Разрешающие уравнения для пологой оболочки

$$\Delta_k^2 \varphi + D \Delta^2 \Delta^2 w - (F_3 + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y}) = 0,$$

$$\frac{1}{Eh} \Delta^2 \Delta^2 \varphi - \Delta_k^2 w = 0,$$

$$\Delta_k^2 = \frac{\partial}{\partial x} (\kappa_2 \frac{\partial}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\kappa_1 \frac{\partial}{\partial y}),$$

где $\varphi(x,y,t)$ - функция напряжений, w -нормальные перемещения, D - цилиндрическая жесткость, E - модуль упругости оболочки, h - толщина оболочки, κ_1, κ_2 - главные кривизны, m_x, m_y - внешние погонные моменты.

Конструктивные особенности (Дискретность переломов кривизны)

$$\bar{t} = t + \sum_{i=1}^n h_i \Gamma_o(y_i) + \sum_{j=1}^m h_j \Gamma_o(x_j),$$

$$\Gamma_o(y_i) = \Gamma_o\left[y - \left(y_i - \frac{b_i}{2}\right)\right] - \Gamma_o\left[y - \left(y_i + \frac{b_i}{2}\right)\right],$$

$$\Gamma_o(x_j) = \left\{ \Gamma_o\left[x - \left(x_j - \frac{b_j}{2}\right)\right] - \Gamma_o\left[x - \left(x_j + \frac{b_j}{2}\right)\right] \right\} \left[1 - \sum_{i=1}^n \Gamma_o(y_i) \right],$$

$$\Gamma_o(\beta - \alpha_{i(j)}) = \begin{cases} 0 & \beta < \alpha_{i(j)} \\ 1 & \beta \geq \alpha_{i(j)} \end{cases}$$

$$k(y) = \tilde{k}(y) + \sum_{j=1}^m \gamma_j \Gamma_1(y - b_j)$$

$\Gamma_o(x - x_j), \Gamma_1(y - y_i)$ - функции Хевисайда.

Геометрическая нелинейность

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} - k_1 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - k_2 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2,$$

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y},$$

где u, v, w - перемещения точек срединной поверхности оболочки в направлении осей x, y, z ; k_1, k_2 - кривизны в двух направлениях, определяемые из уравнения срединной поверхности.

Нормальная составляющая инерционных сил с учетом дискретности ребер жесткости

$$P_3 = -\frac{1}{g} \left[\gamma h^0 + \sum_{j=1}^{\kappa} \gamma_j h_j \delta(x - a_j) + \sum_{i=1}^t \gamma_i h_i \delta(y - b_i) \right] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

g – ускорение свободно падающего тела /9,81 м/сек²/,

γ - удельный вес материала оболочки, $\gamma_i(\gamma_j)$ - удельный вес материала ребер, h_i, h_j -

высота поперечного сечения ребер, h^0 – толщина оболочки,

$$\delta(x - a_j) = \begin{cases} 0, & x \neq a_j \\ 1, & x = a_j \end{cases} \quad \delta(y - b_i) = \begin{cases} 0, & y \neq b_i \\ 1, & y = b_i \end{cases} \quad \text{- функция Дирака}$$

Вариационный метод для определения собственных частот

$$\iint \left[\Delta_{\kappa}^2 \varphi + D \Delta^2 \Delta^2 \omega - \left(P_3 + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \right) \right] Z_r(x) Z_q(y) dx dy = 0,$$

$$\iint \left[\frac{1}{Eh} \Delta^2 \Delta^2 \varphi - \Delta_{\kappa}^2 \omega \right] \overline{Z}_r(x) \overline{Z}_q(y) dx dy = 0,$$

$$r = 1, 2, \dots, M, \quad q = 1, 2, \dots, N.$$

$$\varphi(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \varphi_{mn} \overline{Z}_m(x) \overline{Z}_n(y) \sin \omega_{mn} t,$$

$$\omega(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \omega_{mn} Z_m(x) Z_n(y) \sin \omega_{mn} t.$$

Собственные частоты поперечных колебаний

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\ell_{11}\ell_{22}^* + \ell_{12}\ell_{21}}{\ell_{11}\ell_{22}^{**}} =$$

$$\ell_{11} = \frac{1}{Eh} [\lambda_m^4 A6A4 + 2\lambda_m^2 \lambda_n^2 A3A4 + \lambda_n^4 A6A4],$$

$$\ell_{12} = k_1 \lambda_n^2 A3A4 + k_2 \lambda_m^2 A6A4,$$

$$\begin{aligned} \ell_{21} = & -\left(k_1 \lambda_n^2 A3A4 + k_2 \lambda_m^2 A5A4\right) + \frac{J_i k_1}{h} \left(\lambda_m^4 A3A7 - \nu \lambda_m^2 \lambda_n^2 A5A7\right) + \\ & + \frac{J_j k_2}{h} \left(\lambda_n^4 A8A4 - \nu \lambda_m^2 \lambda_n^2 A9A4\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{22}^* = & D \left(\lambda_m^4 A5A4 + 2\lambda_m^2 \lambda_n^2 A3A4 + \lambda_n^4 A5A4\right) + EJ_i \lambda_m^4 A3A7 + \\ & + k_1^2 EJ_i \lambda_m^2 A3A7 - EJ_i \eta_i k_1 \lambda_m^4 A5A7 + k_i \lambda_m^2 \lambda_n^2 A3A7 + \\ & + EJ_j \lambda_m^4 A8A4 + k_2^2 EJ_j \lambda_n^2 A9A4 - EJ_j \eta_j k_2 \lambda_n^4 A9A4 + k_j \lambda_m^2 \lambda_n^2 A8A4, \end{aligned}$$

$$\ell_{22}^{**} = \frac{1}{g} (\gamma_h A5A4 + \gamma_j F_j A9A4 + \gamma_i F_i A5A7).$$

Железобетонная оболочка 24x36 м в плане
Частоты собственных колебаний оболочки ω в герцах (без учета геометрической нелинейности/ с учетом геометрической нелинейности)

M	N	Гладкая оболочка	Учет деформации кручения контура <u>опорн.</u>	Без учета деформации кручения
1	1	<u>7,23</u>	<u>7,48</u>	6,74
		6,45	6,68	6,02
2	1	<u>7,25</u>	<u>7,50</u>	<u>6,76</u>
		6,47	6,70	6,04
3	2	<u>7,28</u>	<u>7,53</u>	<u>6,79</u>
		6,50	6,72	6,06

Значения собственных частот для гладкой и ребристой оболочки

(без учета геометрической нелинейности/ с учетом геометрической нелинейности)

M	N	Гладкая оболочка	Ребристая оболочка
1	1	<u>7,23</u>	<u>6,54</u>
		6,33	6,08
2	1	<u>7,25</u>	<u>6,55</u>
		6,65	6,01
3	2	<u>7,28</u>	<u>6,69</u>
		6,68	6,14

Частоты собственных колебаний оболочки ω в герцах (без учета геометрической нелинейности/ с учетом геометрической нелинейности)

M	N	Гладкая оболочка	Сборная конструкция
1	1	<u>7,23</u> 6,45	<u>8,23</u> 7,35
2	1	<u>7,25</u> 6,47	<u>14,35</u> 12,80
3	2	<u>7,54</u> 6,73	<u>14,85</u> 13,26

Значения \max динамических перемещений в оболочке с учетом геометрической нелинейности (в монолитной ребристой / сборной), см.

№ элемента	X	Y	Z	U_x	U_y	U_z
В угловой области	<u>-0,274</u>	<u>-0,89</u>	<u>-11,4</u>	<u>-1,61</u>	<u>-0,68</u>	<u>-0,75</u>
	-0,38	-0,65	-7,16	-1,53	-0,71	2,16
	Вдоль длин. грани		В приконтурн. зоне	вдоль короткого края		<u>Приконтурн.</u> зоне по короткой стороне
В середине	<u>0,003</u>	<u>-0,009</u>	<u>-4,5</u>	<u>-0,019</u>	<u>0,007</u>	<u>0,008</u>
	0,004	-0,0065	-3,11 в середине	-0,0166	0,008	0,018

Частоты собственных колебаний Гц для оболочки 24x24 м в плане для гладкой, ребристой и сборной оболочек в зависимости от количества полуволн.

Кол-во переломов вдоль оси	Кол-во переломов вдоль оси	Кол-во ребер вдоль оси	Кол-во ребер вдоль оси	Кол-во полуволн в направлении оси x				Кол-во полуволн в направлении оси y			
				x	y	x	y	1	2	3	4
Гладкая оболочка											
0	0	0	0	30,9	30,9	30,9	31,0	31,0	31,0	31,0	31,0
Ребристая оболочка											
0	0	0	1	30,0				30,2			
0	0	0	2	29,2	29,2			29,5	29,6		
0	0	0	3	28,3	28,4	28,5		28,8	29,0	29,2	
0	0	1	1	29,2							
0	0	2	4	26,4	26,5	27,0	28,3	26,9	27,3	28,0	29,0
Оболочка с переломами кривизны											
0	2	0	0	33,6	26,8			40,0	33,7		
0	2	0	2	31,3	25,0			38,0	32,8		
0	2	3	0	30,0	24,9			36,0	31,2		
0	2	3	1	29,0	24,2			35,0	30,0		
0	2	3	2	28,4	23,6			35,1	30,7		

Горизонтальные и вертикальные расчетные сейсмические нагрузки F_{ik}

$$F_{ik} = \gamma_{Ih} \cdot S_d(T_i) \cdot m_{ik},$$

где F_{ik} – сейсмическая нагрузка на здание или сооружение в рассматриваемом горизонтальном направлении для i -й формы его собственных колебаний, приложенная к точке k ;

γ_{Ih} – коэффициент, учитывающий ответственность здания или сооружения при определении горизонтальных сейсмических нагрузок ;

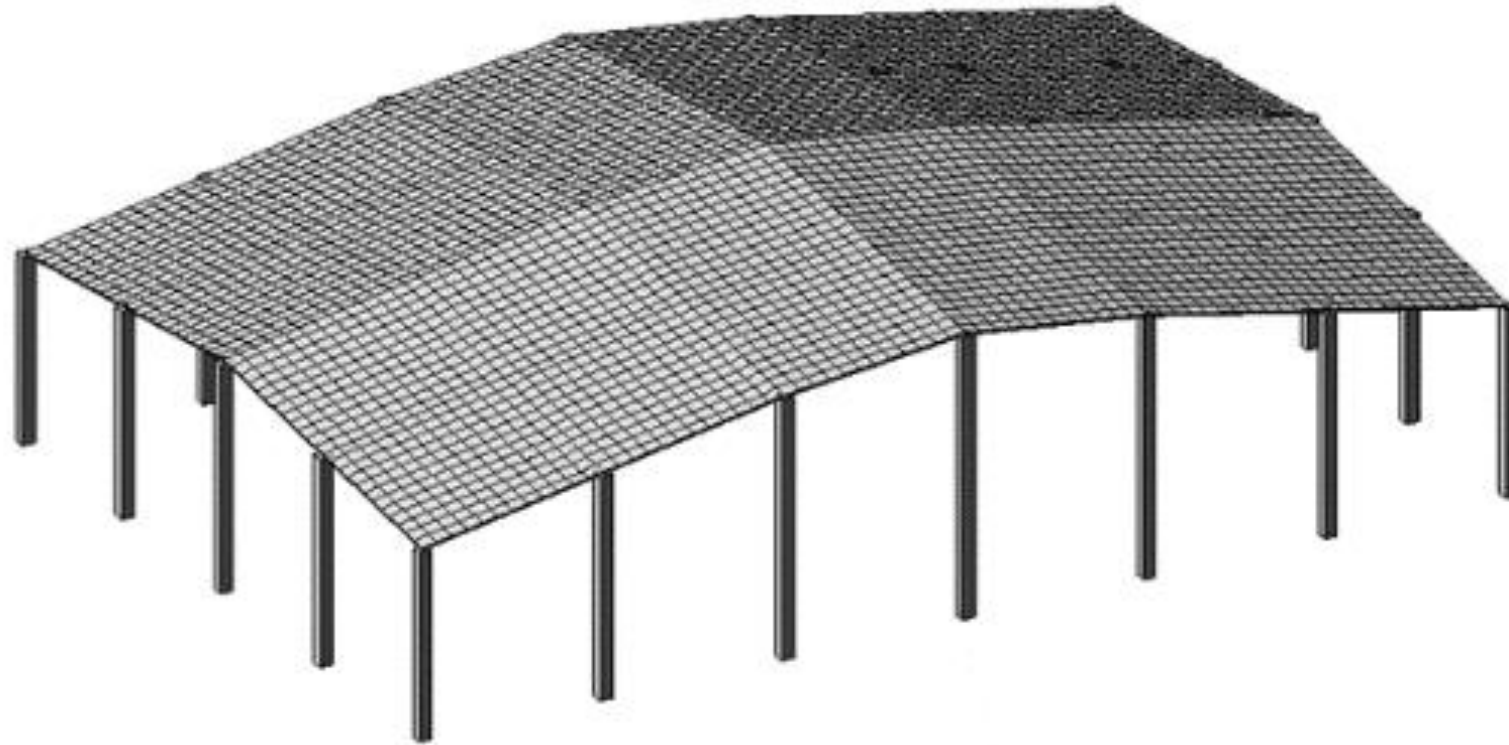
$S_d(T_i)$ – значение спектра расчётных реакций в ускорениях на периоде T_i);

T_i – период колебаний здания или сооружения по i -й форме в рассматриваемом горизонтальном направлении;

m_{ik} – эффективная модальная масса, отнесенная к точке k , соответствующая i -й форме колебаний, определяемая с помощью выражения:

$$m_{ik} = m_k \cdot \eta_{ik}$$

Схема сборной оболочки



Значения сейсмической нагрузки для оболочки 24x36м в плане

Кол-во перед- омов вдоль оси	Кол-во перед- омов вдоль оси	Кол-во ребер вдоль оси	Кол-во ребер вдоль оси	Значения сейсмической нагрузки в в 2-х направлениях кН	
				горизонтальное	вертикальное
Гладкая оболочка					
0	0	0	0	63,9	51,42
Рибристая оболочка					
0	0	0	2	62,4	49,2
0	0	0	4	61,2	
0	0	0	5	59,1	
0	0	0	6	56,6	47,1
Оболочка с переломами кривизны					
0	2	0	0		47,1
2	2	0	0	54,5	
0	2	0	2		45,2
0	2	3	1		44,3
0	2	3	2		43,4

Значения максимальных перемещений сборной оболочки покрытия вдоль осей x, y, z в мм при сейсмических воздействиях

№	1 <u>загружение</u> (статическое)	2 <u>загружение</u> (сейсмическое)	Сумма перемещений (полное перемещение от статического и сейсмического нагружения)
Вдоль оси x	2,7	21,6	24,3
Вдоль Оси y	2,42	19,4	21,82
Вдоль оси z	-12,7	-34,7	-47,4

Внутренние усилия, возникающие в сечениях колонн (верхнее и нижнее) от сейсмических нагрузок

Номер колонны	сечение	N	M_y	M_x
		т	<u>тм</u>	<u>тм</u>
1	верхнее	1,67	-74	-24
	нижнее	1.4	4,5	-67
9	верхнее	-7,7	0	-17
	нижнее	-6,4	-30,9	-22
2	верхнее	-8,8	-27	0
	нижнее	-7,1	-34	-43,8
3	верхнее	-7,7	0	17,6
	нижнее	-6,7	9,3	42,2
19	верхнее	-3,3	-46	46
	нижнее	-3,0,5	-7,3	-11
4	верхнее	-7,4	40	11,5
	нижнее	-1,2	-34	-43

Выводы

1. Для уменьшения сейсмической нагрузки и усиления надежности зданий и сооружений можно регулировать динамические характеристики исследуемой конструкции, используя ее конструктивные особенности, внутренние связи и способы возведения.

2. Сейсмическую нагрузку для ребристой оболочки в сравнении с гладкой можно уменьшить до 10%, используя сопротивляемость ребер жесткости сжатию, изгибу и кручению.

3. Использование сборной оболочки с незначительными изменениями угла наклона касательных на границе смежных плит уменьшает сейсмические нагрузки до 12 и более процентов.

4. Регулирование жесткости связей оболочки с контурными элементами и изменением жесткости отдельных несущих элементов оболочечной конструкции приводит к уменьшению сейсмической нагрузки и снижению амплитуд колебаний, тем самым увеличивают несущую способность зданий и сооружений при сейсмических воздействиях.

5. Частоты собственных колебаний ребристой оболочки уменьшаются в сравнении с гладкой в связи с увеличением массы системы.
6. Для сборной оболочки частоты собственных колебаний увеличиваются в сравнении с гладкой, т.е. нарушение гладкости поверхности усиливает динамическую прочность в процессе колебаний.
7. Учет сопротивление кручению в ребрах незначительно влияют на значения собственных частот, поэтому деформацию кручения можно не учитывать.
8. Для гладкой и сборной оболочек самые низкие частоты соответствуют не первой, а более высоким формам колебаний;
9. При сейсмических воздействиях горизонтальные перемещения для гладкой и сборной оболочек в направлениях осей x и y незначительно изменяются, а вертикальные перемещения в сборной оболочке резко уменьшаются в сравнении с гладкой.

10. При сейсмических воздействиях в колоннах возникают продольные усилия и изгибающие моменты. Крутящие моменты незначительны и ими можно пренебречь. Для сборной оболочки продольные усилия уменьшаются в 1,3 раза, т.е. на 30% в сравнении с гладкой. Изгибные усилия в сборной оболочке возрастают в 1,12 раза, т.е. на 12 % в сравнении с гладкой.

11. Гладкая оболочка плохо сопротивляется изгибным деформациям в сравнении со сборной. В сборной конструкции изгибные деформации и усилия воспринимают ребра жесткости и контурные элементы.

12. Увеличение толщины оболочки приводит к уменьшению частот собственных колебаний, для тонкой оболочки вследствие больших изгибных деформаций необходимо учитывать геометрическую нелинейность. Не учет нелинейности может привести к потере устойчивости и снижению несущей способности оболочечной конструкции.

13. Геометрическая нелинейность в тонкостенных конструкциях типа оболочек покрытий при больших нагрузках существенно влияет на напряженно-деформированное состояние, в результате в оболочке происходит перераспределение внутренних усилий. При статических нагрузках мембранные усилия незначительно изменяются, в основном значительно изменяются изгибные усилия и деформации.

14. В гладкой оболочке учет геометрической нелинейности приводит к увеличению как мембранных, так и изгибных перемещений, причем этот эффект значителен в угловой зоне и в середине оболочки. В угловой зоне перемещения вдоль оси X увеличились с учетом геометрической нелинейности в 1,6 раза, а перемещения вдоль оси Y – в 1,27 раз. Наиболее значительны линейные перемещения вдоль оси Z (прогибы), например в угловой зоне они с учетом геометрической нелинейности увеличились на 21% и достигли величины 9,07 мм, а в середине оболочки они увеличились в 1,2 раза и достигли величины 3,42 мм. В ребристой оболочке с учетом геометрической нелинейности линейные перемещения в направлении оси Y увеличились на 16,6%, в направлении оси Z на 63%.

15. Для ребристых и гладких оболочек с учетом и без учета геометрической нелинейности вблизи краев возникают большие изгибные усилия, т.е. оболочка находится в моментном состоянии, к середине оболочки мембранные усилия увеличиваются, т.е. эта область близка к безмоментному состоянию, поэтому толщину оболочки в середине оболочки назначают конструктивно. В угловой зоне, где проявляется краевой эффект, необходимо укладывать дополнительную арматуру для восприятия растягивающих напряжений и увеличить толщину оболочки.