

Динамика пролетных строений балочного моста с упруго-податливыми связями

Достанова С.Х., Калпенова З, Токпанова К.Е.

Национальный научно-исследовательский технический университет
им. К.И.Сатпаева, Almaty, Kazakhstan

Каспийский университет, Almaty, Kazakhstan

Евразийский технический университет, Almaty, Kazakhstan

E mail: dostanova0109@mail.ru

Актуальность, цель и задачи исследования

Вопросы динамики при исследовании надёжности и безопасности транспортных сооружений являются актуальными и своевременными. Это вызвано постоянно увеличивающимся интенсивностью движения и эксплуатационной нагрузки, что приводит к исчерпанию резерва прочности и к аварийным ситуациям. Особенно это важно для сейсмических районов.

Цель исследований заключается в совершенствовании метода оценки динамических характеристик пролетных строений балочных автодорожных мостов с использованием упруго податливых опор. Задачей исследования является оценка влияния податливости опор на напряженно-деформированное состояние железобетонных балок транспортных конструкций. Работа выполнена на основе численно-теоретических исследований.

Преимущества использования податливых опор

Для снижения интенсивности динамического воздействия существуют пассивные и активные меры защиты. Пассивные меры увеличивают сопротивление за счет внутреннего резерва прочности (увеличение жесткости, размеров поперечных сечений и т.д.). Активные меры защиты представляют разновидность внешней защиты, в последние годы, все более широкое применение находят активные способы защиты, к которым относятся податливые опоры. Они имеют следующие преимущества:

- 1) Использование упругих опор приводят к изменению свойств упругой системы. При этом снижаются частоты собственных колебаний, тем самым устраняются резонансы;
- 2) Поглощают энергию колебаний, что не позволяет развиваться большим амплитудам колебаний, динамическим нагрузкам и напряжениям.

Регулирование динамического процесса с использованием упруго-податливых опор

Регулирование заключается в том, чтобы заранее предусмотреть возможное опасное состояние системы и своевременно положительно воздействовать на напряженно-деформированное состояние путем регулирования усилий и деформаций. При этом в конструкции возникают искусственно усилия, обратные по знаку тем, которые возникают от эксплуатационных нагрузок. За счет этого напряжения и деформации в элементах от эксплуатационной нагрузки могут быть существенно снижены. При этом открываются большие возможности создания эффективных конструкций

Современные исследования в странах СНГ

Большие исследования проводятся в России: упруго демпферные опоры успешно используют в узлах газотурбинных двигателей для снижения общего вида вибраций и динамических напряжений. При этом используются высокоинтеллектуальные автоматизированные системы контроля и управления, включающие и датчики, контролирующие частоты колебаний наиболее ответственных конструктивных элементов.

В настоящее время упругие опоры широко используются в строительных конструкциях. Одним из значительных исследований железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении было исследовано в Томском государственном архитектурно-строительном университете. В качестве податливых опор приняты сминаемые вставки кольцевого профиля. Ими проведены экспериментальные исследования железобетонных балок на податливых опорах в упругой стадии, упруго-пластической и стадии отвердения. По результатам выполненных исследований установлено, что применение податливых опор в виде сминаемых вставок кольцевого сечения приводит к снижению коэффициента динамичности железобетонных балок и, следовательно, усилий и перемещений конструкций.

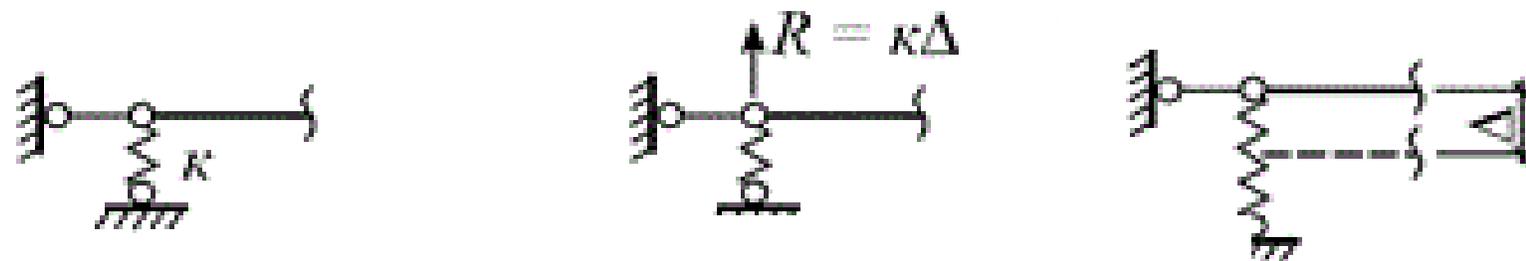
В Кыргызский государственный университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова проведены экспериментальные исследования пролетного строения автомобильного балочного моста с регулирующими опорными устройствами с использованием резиновых материалов на воздействие динамических нагрузок. На основе экспериментальных и теоретических исследований получены зависимости динамического коэффициента от жесткости податливых опор.

Виды упруго податливых линейных связей

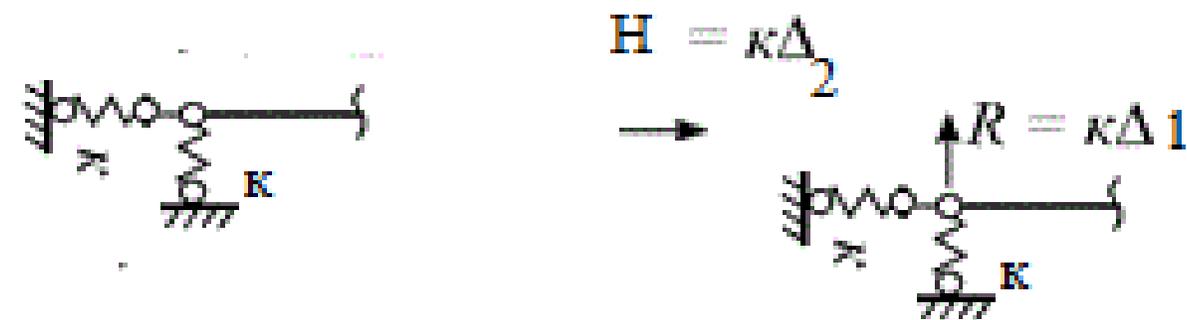
а)



б)

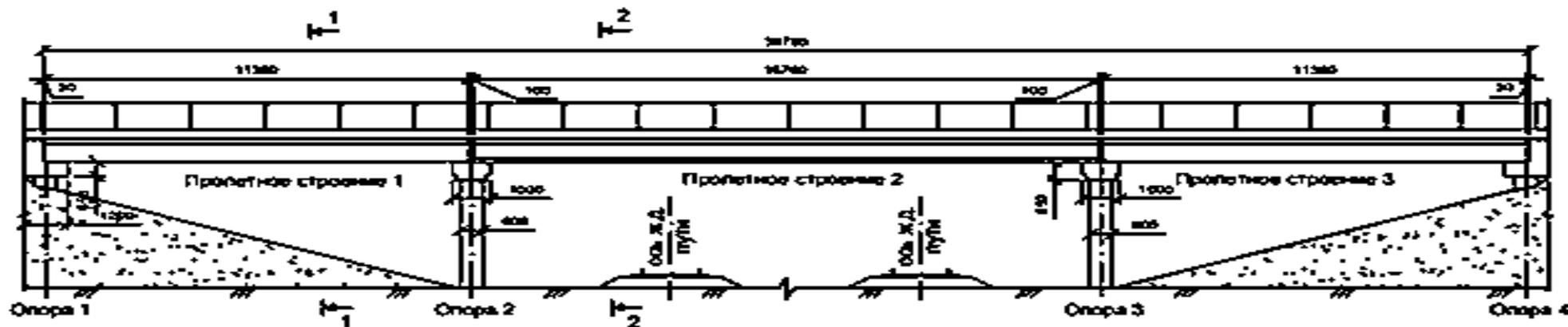


в)



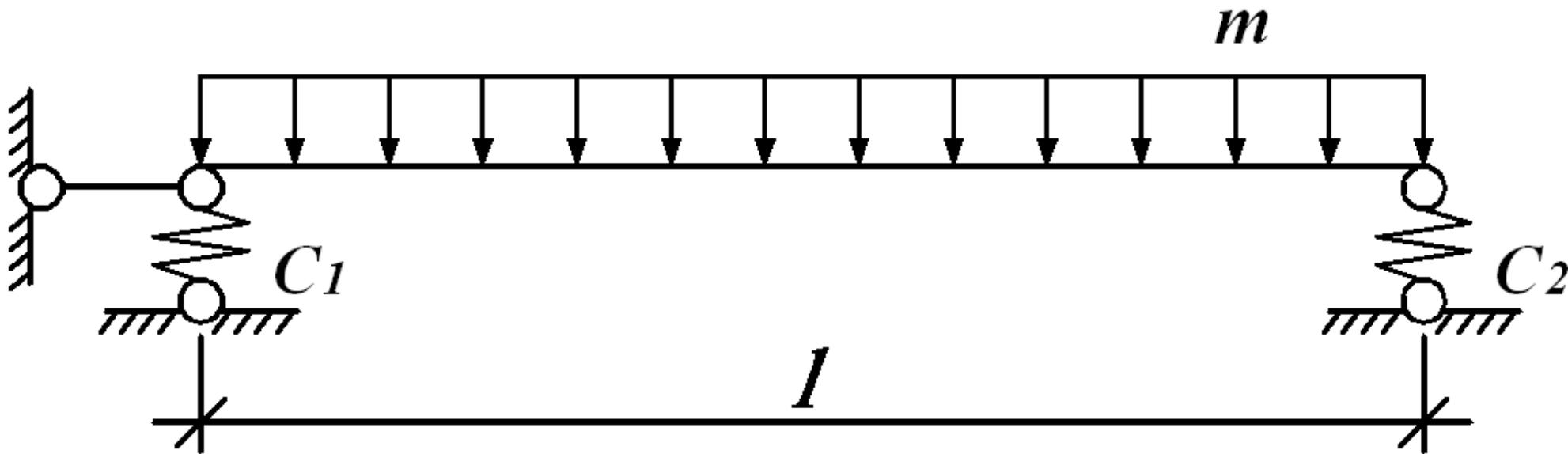
Материалы, методы и объект исследования

Объектом исследований являются несущие балки пролетных строений автомобильных путепроводов. На рис. 1 представлен общий вид путепровода. Путепровод в продольном направлении выполнен трехпролетным. Статическая система пролетных строений – балочно-разрезная. Опираение балок на опоры – шарнирное. Пролетное строение – железобетонное, трехпролетное, пролетные строения №1 и №3 состоят из тавровых железобетонных балок длиной 11,36 м, выполненные по типовому проекту железобетонных сборных пролетных строений без диафрагм с каркасной арматурой периодического профиля. Пролетное строение №2 состоит из сборных двутавровых балок длиной 16,76 м. В настоящее время мост не отвечает всем эксплуатационным требованиям и требуется реконструкция для усиления его несущей способности.



Расчетная схема пролета(балки)

Пролетные строения рассматриваются как балки на двух упруго податливых опорах с жесткостями C_1 и C_2



Дифференциальное уравнение свободных колебаний балки с распределенной массой без учета сил сопротивления

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} y_k(x) T_k(t),$$
$$y_k(x) = A \operatorname{ch}(\lambda_k x) + B \operatorname{sh}(\lambda_k x) + C \operatorname{Cos}(\lambda_k x) + D \operatorname{Sin}(\lambda_k x),$$
$$T_k(t) = A_k \operatorname{Sin} \omega_k t + B_k \operatorname{Cos} \omega_k t,$$

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(A \operatorname{ch}(\lambda_k x) + B \operatorname{sh}(\lambda_k x) + C \operatorname{Cos}(\lambda_k x) + D \operatorname{Sin}(\lambda_k x) \right) \cdot \left(A_k \operatorname{Sin} \omega_k t + B_k \operatorname{Cos} \omega_k t \right)$$

ω_k - frequency of the k-th natural mode

The quantities A, B, C, D are constants determined from the fastening conditions (boundary conditions), and Ak, Bk are constants determined from the initial conditions, i.e. displacements and velocities at the initial

The expression for $y_k(x)$ determines the main mode of vibration corresponding to the frequency ω_k ; it defines a static elastic line caused by the linear load $q_k = m(x)\omega_k^2 y_k$. If the linear mass is constant along the span, then $m(x) = m = \text{const}$, then we can write for the parameter λ_k :

$$\lambda_k = l \sqrt[4]{\frac{m\omega_k^2}{EI}}$$

For the case of a beam being hingedly supported at the edges, the boundary conditions will be:

$$\text{if } x = 0 \quad M_0 = 0, \quad Q_0 = y_0 \cdot C_1,$$

$$\text{if } x = l \quad M_l = 0, \quad Q_l = -y_l \cdot C_2,$$

where y_0 is the displacement at the origin, y_l is the displacement of the beam at $x=l$; M_0 and M_l are the moment at $x=0$ and $x=l$, respectively, Q_0 and Q_l are the transverse forces at $x=0$ and $x=l$, C_1, C_2 are the stiffness of the flexible supports at the left and right ends, respectively.

Перемещения и усилия при собственных колебаниях балки

Expressing coefficients A, B, C, D through the initial parameters y_0 , φ_0 , M_0 , Q_0 , then standing waves can be represented as:

$$\left. \begin{aligned} y_x &= y_0 S_x + \frac{\varphi_0}{\lambda} T_x - \frac{y_0 C_1}{\lambda^3 EI} V_x, \\ \varphi_x &= y_0 \lambda V_x + \varphi_0 S_x - \frac{y_0 C_1}{\lambda^2 EI} U_x, \\ M_x &= -y_0 \lambda^2 EI U_x - \varphi_0 \lambda EI V_x + \frac{y_0 C_1}{\lambda} T_x, \\ Q_x &= -y_0 \lambda^3 EI T_x - \varphi_0 \lambda^2 EI U_x + y_0 C_1 S_x. \end{aligned} \right\}$$

$$S_x = \frac{ch\lambda x + \cos\lambda x}{2}, \quad T_x = \frac{sh\lambda x + \sin\lambda x}{2},$$
$$U_x = \frac{ch\lambda x - \cos\lambda x}{2}, \quad V_x = \frac{sh\lambda x - \sin\lambda x}{2}.$$

Характеристическое уравнение для определения динамического параметра

Equating the determinant of this system for unknowns to zero, we obtain a transcendental equation for the unknown quantity λ .

$$\begin{vmatrix} (S_{x=l} - \frac{C1}{\lambda^3 EI} V_{x=l} - 1) & \frac{1}{\lambda} T_{x=l} & -1 \\ -(\lambda^2 EI U_{x=l} - \frac{C1}{\lambda} T_{x=l}) & -\lambda EI V_{x=l} & 0 \\ -(\lambda^3 EI T_{x=l} - C1 S_{x=l}) & -\lambda^2 EI U_{x=l} & C2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda_k = l \sqrt[4]{\frac{m\omega_k^2}{EI}}$$

$$S_{x=l} = \frac{ch\lambda l + \cos\lambda l}{2}, \quad T_{x=l} = \frac{sh\lambda l + \sin\lambda l}{2},$$

$$U_{x=l} = \frac{ch\lambda l - \cos\lambda l}{2}, \quad V_{x=l} = \frac{sh\lambda l - \sin\lambda l}{2}.$$

Частные случаи

$$F(\lambda) = \left(S_{x=l} - \frac{C_1}{\lambda^3 EI} T_{x=l} - 1 \right) (-\lambda EIV_{x=l} C_2) - \frac{1}{\lambda} T_{x=l} \left(-\lambda^2 EIU_{x=l} + \frac{C_1}{\lambda} T_{x=l} \right) C_2 + \left(-\lambda^2 EIU_{x=l} + \frac{C_1}{\lambda} T_{x=l} \right) \lambda^2 EIU_{x=l} + \lambda EIV_{x=l} (-\lambda^3 EIT_{x=l} + C_1 S_{x=l}) = 0$$

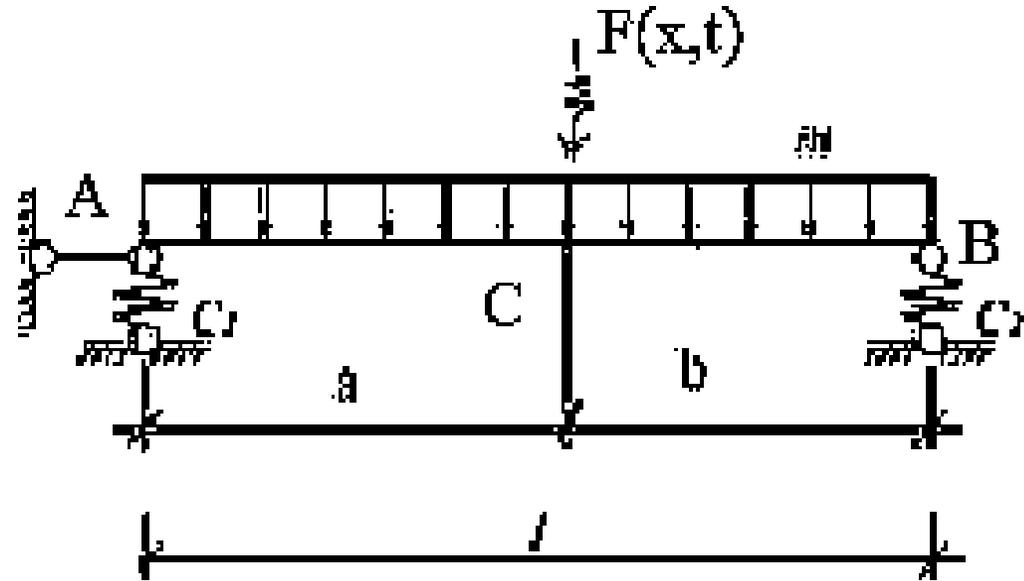
$$\omega_k = l^2 \lambda_k \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

Assuming one of the supports or two supports to be rigid, we can consider three special cases:

1. $C_1 = \infty$; 2. $C_2 = \infty$; 3. $C_1 = C_2 = \infty$

Вынужденные колебания балки с распределенной массой при
действии подвижной нагрузки $F(x,t)$
(C_1, C_2 – жесткости податливых опор)

$$F = F_0 \sin\left(\frac{\pi t}{T_0}\right)$$



where F_0 is the wheel load distributed over the area of a circle of diameter D , V is the speed of the horizontal movement of the load, t is the current time. Denoting the ratio π/T_0 through θ , then the external load can be represented as: $F=F_0 \sin(\theta t)$, where θ is the oscillation frequency of the external load.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний балки с распределенной массой при действии подвижной нагрузки

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{m\theta^2}{EI} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{EI}, \quad u = l \sqrt[4]{\frac{m\theta^2}{EI}} = kl, \quad k = \sqrt[4]{\frac{m\theta^2}{EI}},$$

$$y = y_0 + y_p$$

the complete solution consists of the sum of a homogeneous and a particular solution

Решение для вынужденных колебаниях балки при действии подвижной нагрузки

If $x \leq a$

$$y_1(x) = y_0 S_x + \frac{\varphi_0}{\lambda} T_x - \frac{y_0 C_1}{\lambda^3 EI} V_x,$$

$$\varphi_1(x) = y_0 \lambda V_x + \varphi_0 S_x - \frac{y_0 C_1}{\lambda^2 EI} U_x,$$

$$M_1(x) = -y_0 \lambda^2 EI U_x - \varphi_0 \lambda EI V_x + \frac{y_0 C_1}{\lambda} T_x,$$

$$Q_1(x) = -y_0 \lambda^3 EI T_x - \varphi_0 \lambda^2 EI U_x + y_0 C_1 S_x.$$

If $(a+b) \geq x \geq a$

$$y_2(x) = y_0 S_x + \frac{\varphi_0}{u} T_x - \frac{Q_0}{u^3 EI} V_x - \frac{F_0}{u^3 EI} V_{x-a}$$

$$\varphi_2(x) = y_0 u V_x + \varphi_0 S_x - \frac{Q_0}{u^2 EI} U_x - \frac{F_0}{u^2 EI} U_{x-a}$$

$$M_2(x) = -y_0 u^2 EI U_x - \varphi_0 u EI V_x + \frac{Q_0}{u} T_x + \frac{F_0}{u} T_{x-a}$$

$$Q_2(x) = -y_0 u^3 EI T_x - \varphi_0 u^2 EI U_x + Q_0 S_x + F_0 S_{x-a}$$

Граничные условия для шарнирно опертой по краям балки

$$M_2(x=l) = -y_0 u^2 EI U_{x=a+b} - \varphi_0 u EI V_{x=a+b} + \frac{C_1 y_0}{u} T_{x=a+b} + \frac{F_0}{u} T_{x=b} = 0$$

$$y_{2l} = y_{10} S_{x=a+b} + \frac{\varphi_0}{u} T_{x=a+b} - \frac{C_1 y_0}{u^3 EI} V_{x=a+b} - \frac{F_0}{u^3 EI} V_{x=a+b},$$

$$Q_2(x=l) = -y_0 u^3 EI T_{x=a+b} - \varphi_0 u^2 EI U_{x=a+b} + C_1 y_0 S_{x=a+b} + F_0 S_{x=b} = C_2 y_{2l}$$

$$u = l \sqrt[4]{\frac{m\theta^2}{EI}}$$

Оптимизация параметров C1 и C2

To find the optimal values of parameters C1, C2 we use the variational method.
Condition for the minimum total energy E according to unknown parameters:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial C1} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial C2} = 0$$

A stable solution corresponds to the following inequality:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial C1 \partial C2} > 0$$

$$\mathcal{E} = \int_0^a EI \frac{y_1^2(x) dx}{2} + \int_a^b EI \frac{y_2^2(x) dx}{2} - \frac{C1 f^3(u, C1, C2)}{2} - \frac{C2 f^4^2((u, C1, C2))}{2} - \int F_0 y(x) dx$$

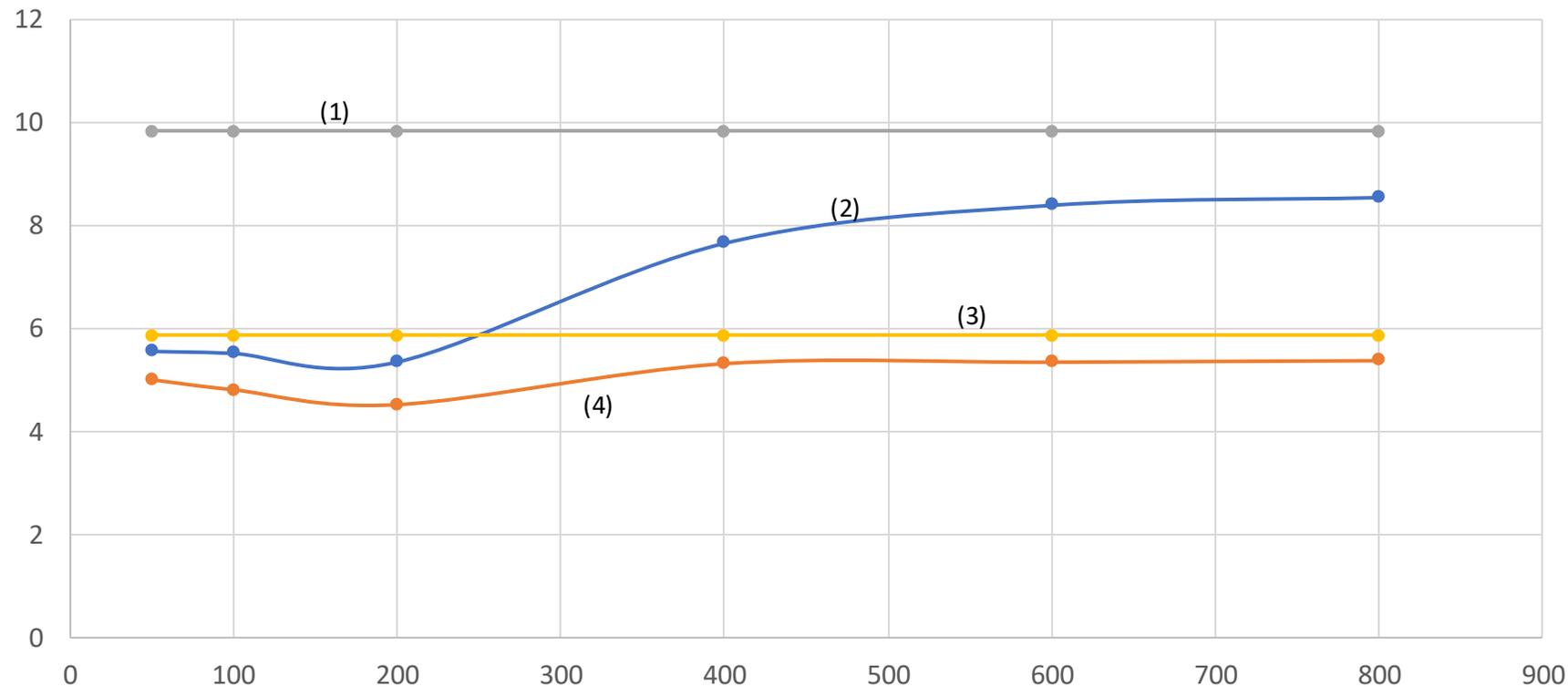
Результаты динамического расчета для несущих балок пролетных строений

Значения собственных частот, периодов колебаний и динамического коэффициента в зависимости от жесткостей упруго податливых связей

Span number	Conditions of fixation	Natural frequencies ω_1 , Hz	<u>Periods of oscillation</u> sec	Tool measurements ω_1 Hz	Dynamical coefficient $(1+\mu)$
1,3	$(C_1=C_2=\infty)$	9,82	0,64	10,40	1,37
2		5,86	1,07	6,21	1,41
1,3	$C_1=C_2=100\text{кН/см})$	5,52	1,14	-	1,14
2		4,84	1,55	-	1,13
1,3	$(C_1=C_2=200\text{кН/см})$	5,44	1,15	-	1,12
2		4,44	1,25	-	1,11
1,3	$C_1=C_2=400\text{кН/см})$	7,66	0,82	-	1,33
2		5,32	1,18	-	1,23
1,3	$C_1=C_2=800\text{кН/см})$	8,55	0,74	-	1,42
2		5,38	1,17	-	1,35

Графики изменения собственных частот ω в Гц в зависимости от жесткостей податливых опор $C1$ Кн/см для двух пролетов автомобильного путепровода:

1 кривая- для 1-го пролета и 3 кривая – для 2-го пролета для жестких опор.
2 кривая – соответствует 1-му пролету и 4 кривая - 2-му пролету для упруго податливых опор



Значения максимальных значений внутренних усилий в середине балочных пролетов в зависимости от жесткостей опор

(Скорость движения $V=20\text{m}/\text{sek}$, внешняя нагрузка $F_0 = 12\text{t}$)

Efforts <u>tm</u>, t/m^2	1 span $L=11,36\text{m}$	2 span $L=16,76\text{m}$	3 span $L=11,36\text{m}$
<u>Static calculation</u> ($C_1=C_2=\infty$)			
$(M_c)_{\text{max}}$	34.08	50.20	34.08
$(\sigma_c)_{\text{min}}$	-1072,0	-1435.6	-1072
$(\sigma_c)_{\text{max}}$	1594,0	1867.10	1594,0
<u>Dynamic calculation</u>			
$(M_c)_{\text{max}}$	44.30	65.26	44.30
$(\sigma_c)_{\text{min}}$	-1394,0	-2053,0	-1394,0
$(\sigma_c)_{\text{max}}$	2072.20	2180.20	2072,20
$(C_1=C_2=100\text{kN}/\text{cm})$			
$(M_c)_{\text{max}}$	38,85	56,72	38,85
$(\sigma_c)_{\text{min}}$	-1225,51	-1622,20	-1225,50
$(\sigma_c)_{\text{max}}$	1817,16	2109,82	1817,16

Продолжение таблицы

$(C1=C2=200kN/cm)$			
$(Mc)_{\max}$	37,50	55,72	37,50
$(\sigma_c)_{\min}$	-1200,64	-1593,16	-1200,64
$(\sigma_c)_{\max}$	1785,28	2072,48	1785,28
$(C1=C2=400kN/cm)$			
$(Mc)_{\max}$	45,33	56,52	45,33
$(\sigma_c)_{\min}$	-1425,76	-1622,23	-1425,76
$(\sigma_c)_{\max}$	2120,02	2296,47	2120,02
$(C1=C2=800kN/cm)$			
$(Mc)_{\max}$	48,39	67,77	48,39
$(\sigma_c)_{\min}$	-1522,24	-1938,06	-1522,24
$(\sigma_c)_{\max}$	2263,48	2520,58	2263,48

Значения вертикальных перемещений [W м] в середине балочных пролетов в зависимости от жесткостей опорных связей

Span number	Conditions of fixation	<u>Deflections W [m]</u>
<u>Static calculation</u>		
1,3	(C1=C2=∞)	0,028
2		0,042
Dynamic calculation		
1,3	(C1=C2=∞)	0,038
2		0,059
1,3	(C1=C2=100 <u>kN/cm</u>)	0,036
2		0,047
1,3	(C1=C2=200 <u>kN/cm</u>)	0,031
2		0,046
1,3	(C1=C2=400 <u>kN/cm</u>)	0,037
2		0,047
1,3	(C1=C2=800 <u>kN/cm</u>)	0,039
2		0,057

Выводы

1. Использование регулирующих опорных звеньев в мостовых конструкциях позволяет снизить динамический коэффициент на 18% и более по сравнению с жесткими звеньями.

2. По данным численных расчетов, регулирующие связи опор уменьшают динамические прогибы пролетов от подвижной нагрузки по сравнению со статическим действием на 18-20 %, изгибающие моменты - до 15 % и нормальные напряжения - до 22 %.

3. Регулирующие опорные устройства снижают собственные частоты колебаний балки, тем самым выводя ее из резонансной зоны на 9% и более.

4. Увеличение длины пролетных балок приводит к уменьшению собственных частот и увеличению внутренних сил и прогибов в среднем на 32%.